

# Gibt es negative Flächeninhalte ?

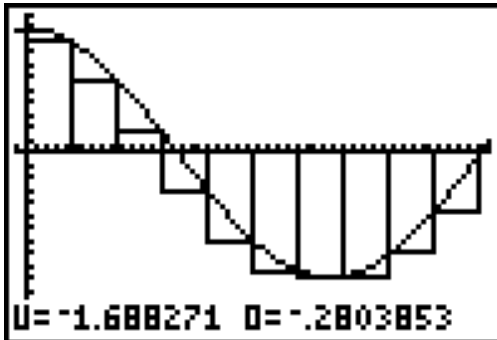
Ac

Natürlich nicht ! Flächeninhalte  $A$  sind stets positiv. Aber es kann vorkommen, dass Flächeninhaltsfunktionen  $A_o(x)$  negative Ergebnisse liefern. Sogar Null als Ergebnis ist möglich .

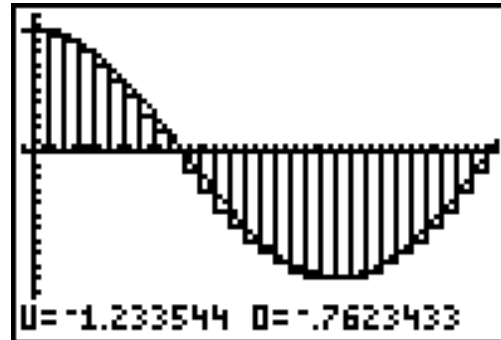
Wie kommt es dazu ?

Folgendes Beispiel mit  $f(x) = \cos(x)$  im Intervall  $[0 ; 1,5\pi]$  diene der Veranschaulichung:

Es werden verschiedene Zerlegungen  $n$  verwendet und jeweils die Untersumme  $U_n$  dargestellt. Berechnet werden aber sowohl  $U_n$  als auch  $O_n$ , damit eine Intervallschachtelung erkennbar ist .



$n = 10$



$n = 30$

Eine weitere Berechnung (ohne Grafik) liefert bei Angabe von 7 Ziffern

$$U_{100} = -1,070487 \quad O_{100} = -0,9291488$$

Feststellung: Sowohl die Untersummen als auch die Obersummen sind jeweils negativ. Man kann daraus schließen, dass auch der gemeinsame Grenzwert der Untersummen und Obersummen, nämlich  $A_o(1,5\pi)$  negativ ist .

## Aufgaben:

- 1) Warum ist hier  $A_o(1,5\pi)$  negativ ? Formuliere schriftlich eine geometrische Begründung .
- 2) Gib aufgrund der obigen Ergebnisse eine Intervallschachtelung für das gesuchte  $A_o(1,5\pi)$  an.
- 3) Berechne die jeweiligen Mittelwerte der Intervalle und gib einen Schätzwert für  $A_o(1,5\pi)$  an.
- 4) Suche die zu  $f(x) = \cos(x)$  gehörige Funktion  $A_o(x)$  und berechne damit den exakten Wert für  $A_o(1,5\pi)$  . Beachte, dass damit nicht der zwischen  $\cos(x)$  und  $x$ -Achse liegende Flächeninhalt  $A$  (gesamte eingeschlossene Fläche) berechnet wird. Überlege, wie man dieses  $A$  berechnen könnte und führe die Berechnung aus !
- 5) Zusatzaufgabe mit anderer Funktion:  
Berechne exakt den zwischen dem Grafen von  $f(x) = \sin(x)$  und  $x$ -Achse in  $[0;2\pi]$  eingeschlossenen Flächeninhalt  $A$  . Welchen Wert hat hier  $A_o(2\pi)$  ?