

Zur approximativen Berechnung von Nullstellen (Ansatz: $f(x) = 0$) verwendet man das Newtonverfahren. Es handelt sich hierbei um ein Tangentenverfahren.

Rekursionsformel:
$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$
 für $n = 0; 1; 2; \dots$

Der Startwert x_0 in der Nähe der Nullstelle muss vorgegeben werden .

Beispiel: $f(x) = x^2 - 5$, also $f'(x) = 2x$

Die gesuchten Nullstellen sind hier bekanntlich $\sqrt{5}$ bzw. $-\sqrt{5}$

Das Newton-Verfahren soll zur Approximation einer der Nullstellen verwendet werden.

1.Methode: Den **Folgen-Modus** verwenden (rekursive Folge; recurrere=zurücklaufen) .
Zunächst muss im MODE-Menü statt Func der Folgen-Modus **Seq** eingestellt werden.
Anschließend im FORMAT-Menü **Time** einstellen .

Achtung: Beim GTR TI83 wird im Folgen-Modus für x_n der Term $u(n)$ verwendet !

Für den Startwert $x_0 = 3$ erhält man bereits bei $u(4)$ eine Approximation von 2,236067978 .

```
Plot1 Plot2 Plot3
nMin=0
u(n)=u(n-1)-(u(n-1)^2-5)/(2u(n-1))
u(nMin)=3
u(n)=
u(nMin)=
```

n	u(n)
0	3
1	2.3333
2	2.2381
3	2.2361
4	2.236067978
5	2.2361
6	2.2361

u(n)=2.236067978

Nachteil des Folgen-Modus:

Bei komplizierten Funktionstermen wird die Eingabe äußerst schwierig !

2.Methode: Den **Function-Modus** und **nDeriv(** verwenden .
Zunächst muss im MODE-Menü **Func** eingestellt werden.

Zuerst den Startwert im Speicher X abspeichern (mit 3 STO X).
 $Y_3(\text{Ans})$ muss nur einmal eingetippt werden, anschließend kann dies mit ENTER immer wieder automatisch erzeugt werden.

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=X^2-5
Y2=nDeriv(Y1,X,X)
Y3=X-Y1/Y2
Y4=
Y5=
Y6=
```

3→X

Y3 (Ans)
3
2.3333333333
2.238095238
2.236068896
2.236067978

3.Methode: Fertige Berechnungsmethoden wie **MATH 0:Solver** oder **CALC 2:zero** verwenden .
Auch diese beiden Methoden basieren auf dem Newton-Verfahren.

Zum Beispiel lässt sich mit dem Solver das relativ schwierige und analytisch nicht lösbare Problem $e^x + x = 0$ bewältigen . Mit dem Startwert $x_0=0$ liefert der Solver die Näherung -0,5671432904 .

Vorsicht: Der Solver löst längst nicht alles ! Zum Beispiel versagt er bei den einfachen Beispielen $x^2 = 0; x_0=1$ und $(x-2)^2 = 0; x_0=3$ mit der Fehlermeldung NO SIGN CHNG . Woran kann das liegen ?

4.Methode: Tabellenkalkulation (EXCEL, CellSheet etc.) verwenden .

CellSheet – Formblatt

Thema: Das Newton-Verfahren

	A	B	C	D	E
1	“n	“X	“F	“FS	
2	0	3	=B2 ² -5	=2B2	
3	=1+A2	=B2-C2/D2	↓	↓	
4	↓	↓			
5					

Bemerkungen/Erläuterungen :

Es wird hier die Nullstelle von $f(x) = x^2 - 5$ approximiert.

FS steht für die Ableitungsfunktion $f'(x) = 2x$.

Der Startwert ist $x_0 = 3$.

↓ bedeutet „nach unten ausfüllen“ .