

## Das HERON-Verfahren mit der TI84-Tabellenkalkulation CellSheet

Beispiel: Es soll  $\sqrt{6}$  berechnet werden. ( Hinweis: 6 ist der sogenannte **Radikand** )

Vorgehensweise:

Zuerst wird eine Näherung als Startwert angegeben, etwa 3.

Anschließend werden fortwährend die folgenden 2 Berechnungen durchgeführt:

- 1) Radikand durch die Näherung dividieren.  $6/3 = 2$  ; 2 ist neue Näherung
- 2) Mittelwert der letzten beiden Näherungen berechnen  $(3+2)/2 = 2,5$  ; 2,5 ist neue Näherung .

Als nächstes dividiert man wieder den Radikanden r durch die vorherige Näherung, also: ..... ?

Im folgenden Rechenblatt ist angegeben, was einzutippen ist:

	A	B	C	D	E
1	"1.Näherung	"2.Näherung			
2	3	=6/A2			
3	=(A2+B2)/2	↓			
4	↓				
5					
6					

Bemerkungen/Erläuterungen :

Das Tabellenblatt wird in (sogenannte) **Zellen** unterteilt, welche folgendermaßen nummeriert werden: A1, B1, C1, ..., A2, B2, C2, ..., A3, ... .

In den Zellen A1 und B1 ( 1. Zeile ) steht im obigen Beispiel lediglich Text. Dieser ist zu unserer Orientierung gedacht. Der Computer kann ihn nicht verwenden. Text muss immer mit einem Anführungszeichen beginnen.

In der Zelle A2 steht der selbst gewählte Startwert 3.

In Zelle B2 jedoch steht eine Formel (!). Formeln müssen immer mit = beginnen. Hier wird der Radikand 6 durch die Zahl in Zelle A2 dividiert.

In Zelle A3 steht wieder eine Formel. Hier wird der Mittelwert der Zahlen aus A2 und B2 gebildet.

Die erwähnten beiden Formeln könnte man nun in den folgenden Tabellenzeilen erneut eintippen, allerdings mit der jeweils angepassten Zeilennummer ! So würde also in Zelle B3 die Formel =6/A3 eingeben werden und in Zelle A4 die Formel =(A3+B3)/2 . Dies könnte man für alle weiteren Zeilen fortsetzen.

**Aber:** Jede Tabellenkalkulation erlaubt das automatische Kopieren von Formeln „nach unten“ oder auch „nach rechts“. In unserem Fall muss „nach unten“ kopiert werden. Daher der Doppelpfeil ↓ :

↓ bedeutet: „nach unten ausfüllen“

Wie gibt man nun dies alles in CellSheet ein und wie startet man überhaupt diese TI84-Anwendung ?

Man startet CellSheet aus dem APPS-Menü heraus ( CSheetDe aufrufen ).

Anschließend erscheint der Begrüßungsbildschirm, und nach Drücken einer Taste das Hilfe-Menü. Im Hilfe-Menü stehen bereits alle wichtigen Hinweise zur Bedienung von CellSheet. Vor allem wichtig ist, dass man das **Gleichheitszeichen (=) durch Drücken der STO-Taste** eingibt !  
Ferner ist noch wichtig, dass **Text mit " begonnen** werden muss. Das Anführungszeichen erreicht man auf der TI84-Tastatur über die Tasten **ALPHA** und **+** .

Drückt man nach Erscheinen des Hilfe-Menüs eine Taste, so sieht man das leere Rechenblatt:

H	A	B	C
1			
2			
3			
4			
5			
6			
A1:			[Menu]

Jetzt kann man in der Zelle A1 sofort mit der Eingabe beginnen. Das Ergebnis könnte so aussehen wie rechts:  
Beachte:  
Man sieht **in den Zellen** keine Formel und keine Anführungszeichen !

H	A	B	C
1	X1	X2	
2	3	2	
3	2.5		
4			
5			
6			
A4:			[Menu]

Wie funktioniert das „Ausfüllen nach unten“ (Kopieren der Formeln) ?

Zuerst wird der Cursor auf die Spalte A3 gestellt. Wir drücken nun  $Y=$  ( bzw. F1 ) und dann ZOOM ( bzw. COPY ). Jetzt nochmals  $Y=$  (Range) drücken und den Cursor nach unten bis zur Zelle A7 bewegen. Dann TRACE (Paste=Kleistern=Füllen) drücken.

Die Spalte A wird dann so ausgefüllt (siehe Grafik) !

H	A	B	C
3	2.5		
4	1.25		
5	.625		
6	.3125		
7	.15625		
8			
A7: =(A6+B6)/2			[Menu]

Anmerkung: Geht man auf eine Zelle, die eine Formel enthält, so wird diese unten angezeigt !  
Frage: Warum ist es auffällig ist, dass die Formel am unteren Rand lautet:  $=(A6+B6)/2$  ?  
Antwort: ?

Auch die Spalte B wird anschließend entsprechend nach unten ausgefüllt ( Beginn bei Zelle B2).

Und dies ist das fertige Rechenblatt ( von Zeile 1 aus betrachtet ).

H	A	B	C
1	X1	X2	
2	3	2	
3	2.5	2.4	
4	2.45	2.449	
5	2.4495	2.4495	
6	2.4495	2.4495	
B1: "X2			[Menu]

Man erkennt die Übereinstimmung der Näherungen auf 4 Nachkommastellen bereits ab Zelle A5 .

### Aufgabe:

Erstelle ein Rechenblatt für  $\sqrt{12}$  sowie für  $\sqrt{0,5}$  und notiere alle Ergebnisse im Heft .

## Verbesserung des Verfahrens

Unschön ist bei der oben gezeigten Lösung, dass

- die „Intervalle“ nicht geordnet sind ( nämlich: erst die kleinere Zahl, dann die größere)
- für jeden neu zu berechnenden Radikanden r das Rechenblatt neu formatiert werden muss.

Diese beiden Mängel kann man leicht abstellen:

1) Um die Intervalle zu ordnen, muss man die Berechnung von  $r / x_n$  in der Spalte A vornehmen und die Berechnung des Mittelwertes in der Spalte B. Der Mittelwert ist nämlich immer größer als  $\sqrt{r}$ , während das nachfolgend berechnete  $r / x_n$  immer kleiner ist als  $\sqrt{r}$ .

2) Will man die Berechnung abhängig von einem Radikanden r machen, so muss dieser separat aufgeschrieben und ein so genannter absoluter Bezug zu ihm hergestellt werden. Steht z.B. der Radikand in der Zelle B1, so lautet der absolute Bezug \$B\$1, und nicht B1 (relativer Bezug) !!

**Der absolute Bezug verweist immer auf die selbe Zelle, während der relative Bezug sich ständig anpasst, falls man die „unten ausfüllen“- Option anwendet .  
Beim absoluten Bezug verwendet man das \$-Zeichen. Z.B. bezieht sich \$B\$3 immer auf die Zelle B3, auch wenn „nach unten ausgefüllt“ wird.**

### Beispiele für die Darstellung des HERON-Verfahrens mit Intervallschachtelung:

Die folgende Darstellung zeigt die wichtigen Formeln in der 3. Zeile.

Diese Zeile ist anschließend nach unten kopiert worden.

HERO	A	B	C
1	RADIKAN	7	
2	STARTW	3	
3	2.33333	2.66667	
4	2.625	2.6458	
5	2.6457	2.6458	
6	2.6458	2.6458	
A3: =(\$B\$1/B2)			[Menu]

HERO	A	B	C
1	RADIKAN	7	
2	STARTW	3	
3	2.33333	2.66667	
4	2.625	2.6458	
5	2.6457	2.6458	
6	2.6458	2.6458	
B3: =(B2+A3)/2			[Menu]

Ändert man jetzt die Zellen B1 und B2, so errechnet CellSheet automatisch neue Werte.

Rechts sind 2 verschiedene Wurzelberechnungen zu sehen.

HERO	A	B	C
1	RADIKAN	80	
2	STARTW	9	
3	8.88889	8.94444	
4	8.9441	8.9443	
5	8.9443	8.9443	
6	8.9443	8.9443	
B3: =(B2+A3)/2			[Menu]

HERO	A	B	C
1	RADIKAN	.3	
2	STARTW	.6	
3	.5	.55	
4	.54545	.54773	
5	.54772	.54772	
6	.54772	.54772	
B3: =(B2+A3)/2			[Menu]

Zum Vergleich ein Rechenblatt mit CALC ( aus „Open Office“ ).

	A	B
1	<b>HERON-Verfahren</b>	
2	Radikand =	0,3
3	Startwert =	0,6
4	0,5000000000000000	0,5500000000000000
5	0,5454545454545460	0,5477272727272730
6	0,5477178423236510	0,5477225575254620
7	0,5477225574848700	0,5477225575051660
8	0,5477225575051660	0,5477225575051660

Man erkennt, dass bereits nach 5 Wiederholungen (Iterationen) 15 Nachkommastellen übereinstimmen.

Anmerkung: Die 16. Nachkommastelle ist nur deshalb stets gleich 0, weil CALC nur mit bis zu 15 Nachkommastellen rechnen kann !

Auch im Programm „GeoGebra“ ist mittlerweile eine Tabellenkalkulation eingebaut, die ebenfalls mit bis zu 15 Nachkommastellen rechnet:

	A	B
1	<b>Radikand:</b>	<b>0.3</b>
2	<b>Startwert:</b>	<b>0.6</b>
3	0.5	0.55
4	0.545454545454545	0.547727272727273
5	0.547717842323651	0.547722557525462
6	0.54772255748487	0.547722557505166
7	0.547722557505166	0.547722557505166
8	0.547722557505166	0.547722557505166
9	0.547722557505166	0.547722557505166
10	0.547722557505166	0.547722557505166
11	0.547722557505166	0.547722557505166

Nachfolgend eine automatische Berechnung von Quadratwurzeln im Hauptbildschirm(HBS) des TI84:

### HERON-Verfahren mit dem TI84 (HBS)

Zur Berechnung von  $\sqrt{r}$  verwendet man die HERON-Formel :  $x_{n+1} = (x_n + r/x_n) / 2$   
Der Startwert  $x_0$  muss vorher gegeben sein.

Mit dem TI84 realisiert man diese Formel im Hauptbildschirm folgendermaßen (Bsp.:  $r = 7$   $x_0 = 3$ ):

```
3→X:7→R
(X+R/X)/2→X
2.666666667
2.645833333
2.645751312
2.645751311
```

Man muss also nach Eingabe der ersten beiden Zeilen nur noch fortwährend die ENTER-Taste betätigen !

Nachteil: Man erhält keine Intervallschachtelung, sondern nur die Folge der Mittelwerte !