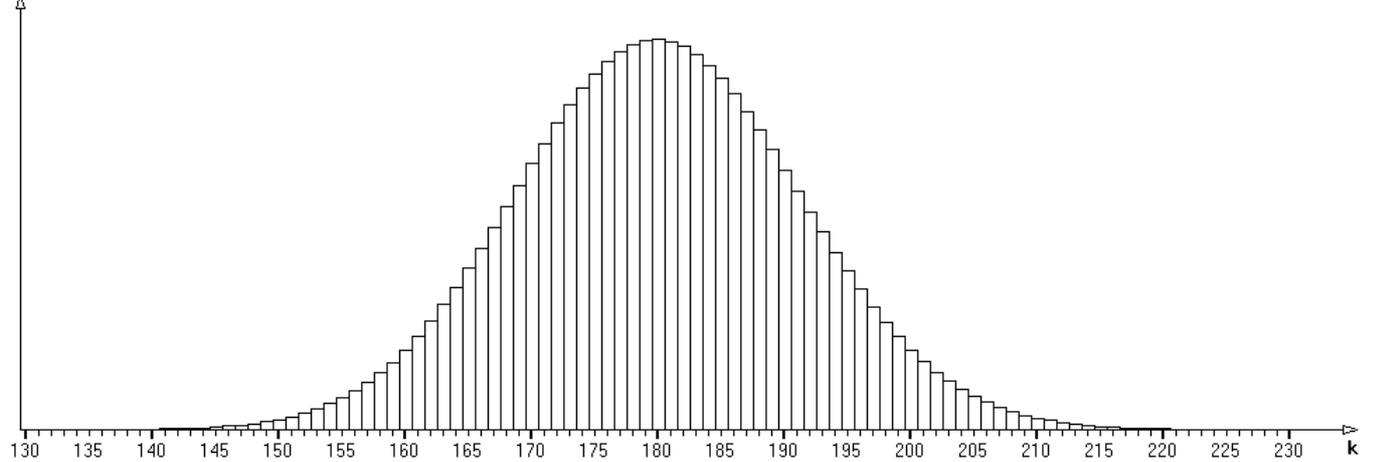


Sigma-Umgebungen und -Regeln bei Binomialverteilungen Ac

Zu bestimmen und einzuzichnen sind die einfache sowie die doppelte Sigma-Umgebung um den Erwartungswert μ von Binomialverteilungen. Man spricht auch von der 1σ -Umgebung bzw. der 2σ -Umgebung. Dabei handelt es sich also um die Intervalle $[\mu-1\sigma; \mu+1\sigma]$ sowie $[\mu-2\sigma; \mu+2\sigma]$. Berechne auch die in der jeweiligen Umgebung liegende Wahrscheinlichkeit P .

Beispiel 1: $n=600$ $p=0,3$

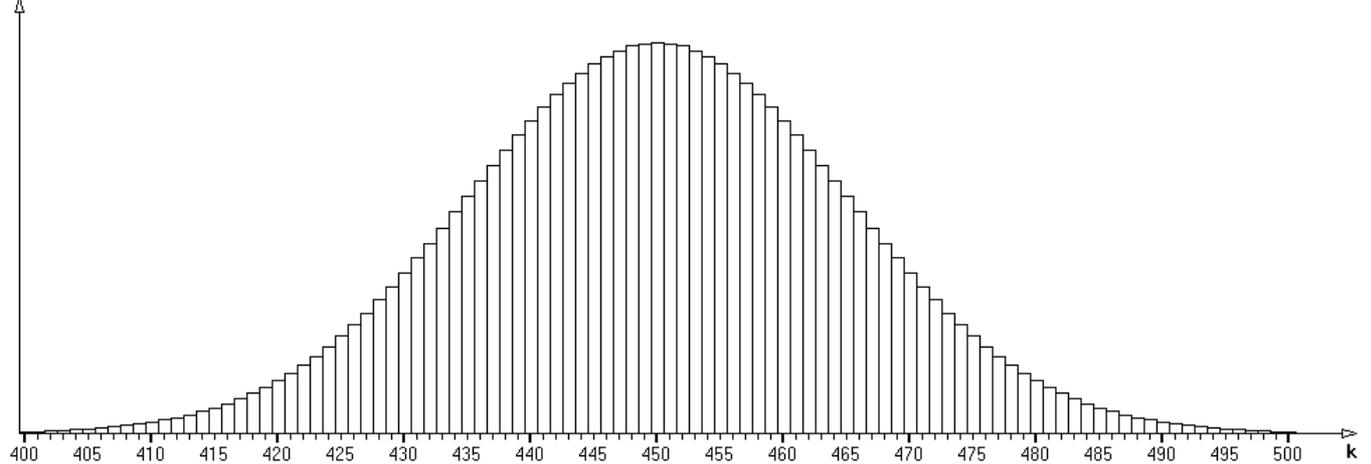
$P(X=k)$ $n=600$ $p=0,300$



Rechnungen:

Beispiel 2: $n=900$ $p=0,5$

$P(X=k)$ $n=900$ $p=0,500$

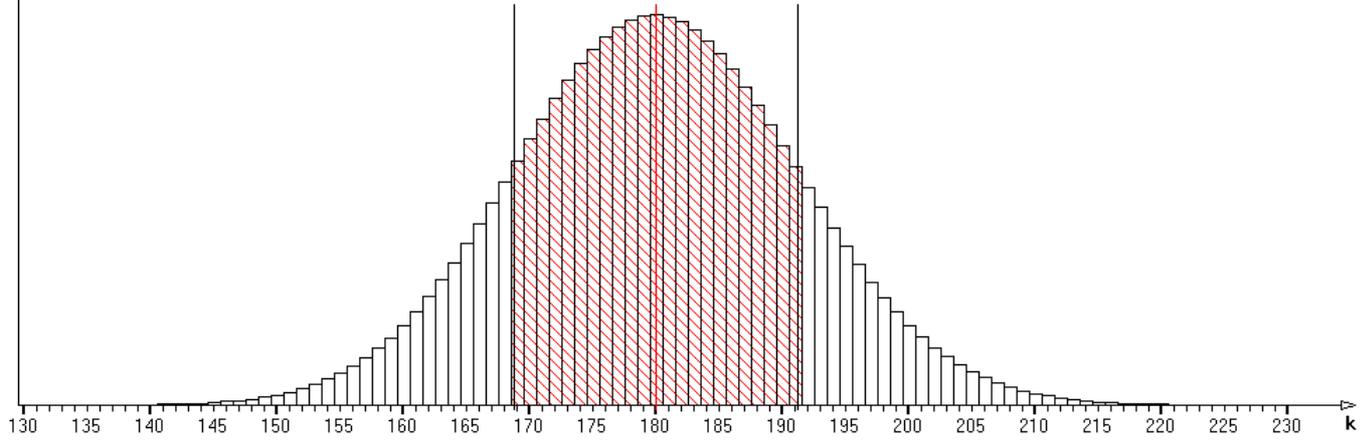


Rechnungen:

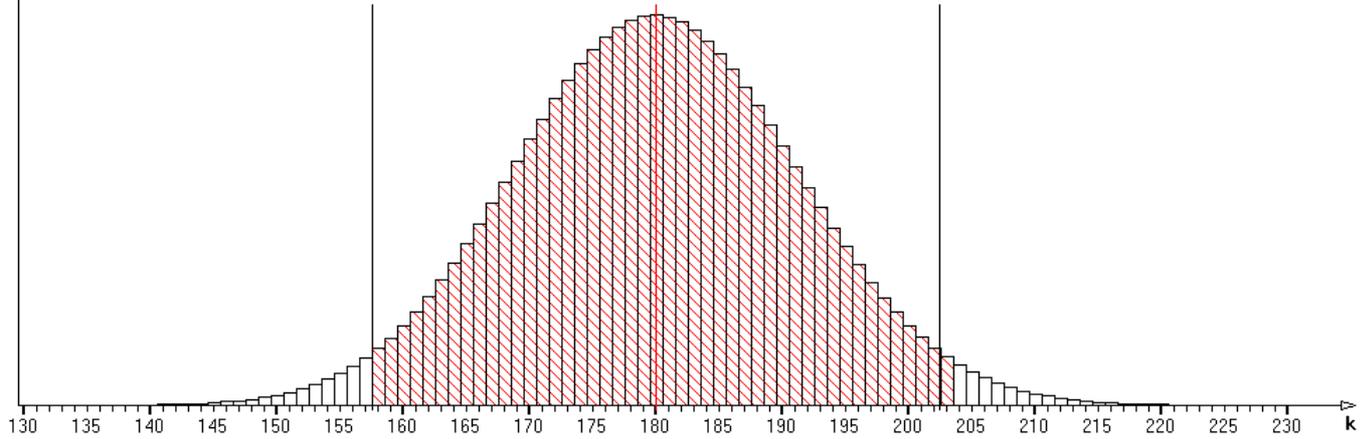
Lösungen:

Zu 1)

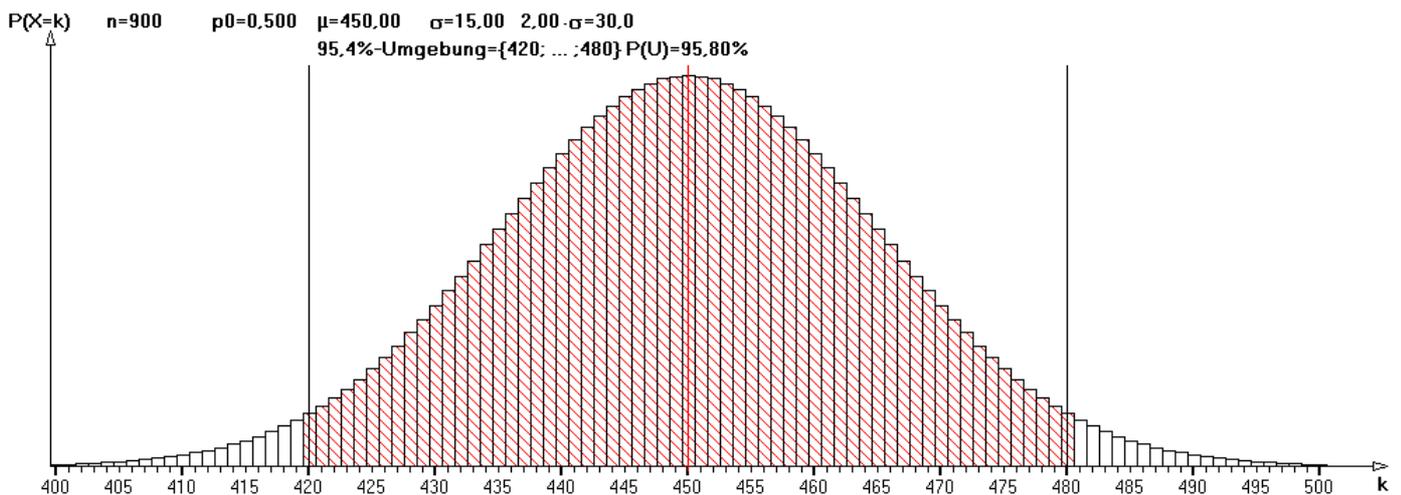
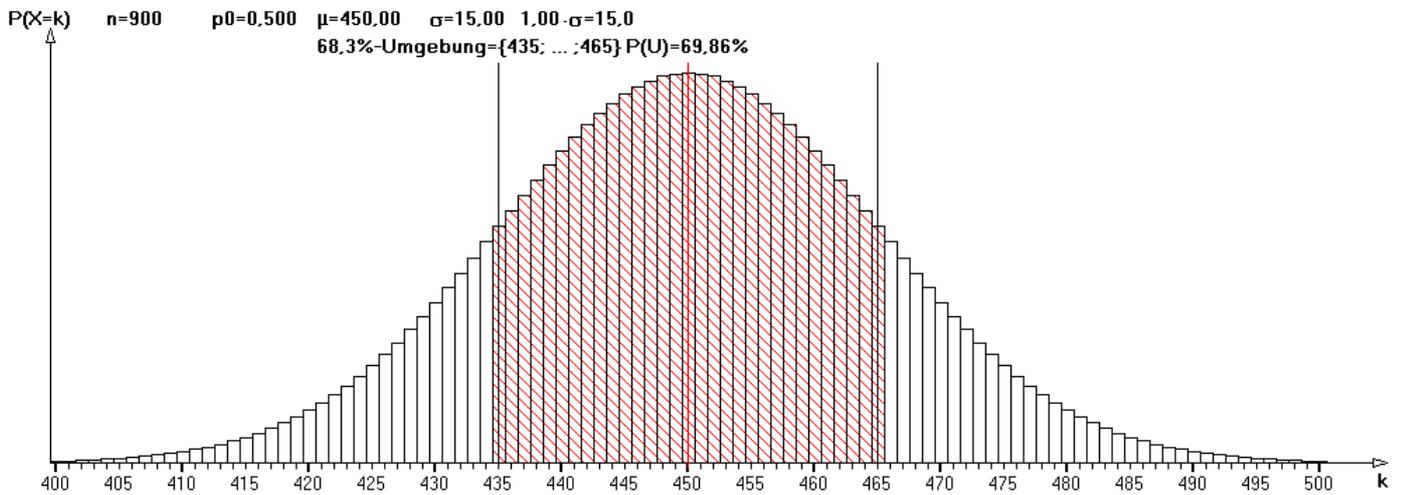
$P(X=k)$ $n=600$ $p_0=0,300$ $\mu=180,00$ $\sigma=11,22$ $1,00 \cdot \sigma=11,2$
 $68,3\%$ -Umgebung= $\{169; \dots; 191\}$ $P(U)=69,44\%$



$P(X=k)$ $n=600$ $p_0=0,300$ $\mu=180,00$ $\sigma=11,22$ $2,00 \cdot \sigma=22,4$
 $95,4\%$ -Umgebung= $\{158; \dots; 203\}$ $P(U)=95,95\%$



Zu 2)



Ergebnisse:

In der 1σ -Umgebung liegen ca. 70% der Binomialverteilung.
In der 2σ -Umgebung liegen ca. 96% der Binomialverteilung.

In der Praxis stellt sich die Frage umgekehrt:

Gesucht ist dort die z-fache σ -Umgebung zu einer gegebenen Wahrscheinlichkeit P.

Also z.B.: Welche σ -Umgebung enthält eine Wahrscheinlichkeit von 95%? Gesucht ist hier das Vielfache z der σ -Umgebung. (siehe unten)

Sigma-Regeln

Die 95%-Umgebungen sowie entsprechende andere %-Umgebungen um den Erwartungswert μ lassen sich mittels sogenannter σ -Regeln finden !

Diese liefern allerdings nur **Näherungen** für die %-Umgebungen, welche jedoch für $\sigma > 3$ (LAPLACE-Bedingung) durchaus brauchbar sind.

Es gelten folgende Zusammenhänge (für $\sigma > 3$) :

Die 90%-Umgebung entspricht näherungsweise der 1,64-fachen σ -Umgebung um den Erwartungswert μ
Die 95%-Umgebung entspricht näherungsweise der 1,96-fachen σ -Umgebung um den Erwartungswert μ
Die 99%-Umgebung entspricht näherungsweise der 2,58-fachen σ -Umgebung um den Erwartungswert μ

Aufgabe: Prüfe die Brauchbarkeit dieser σ -Regeln anhand der obigen Beispiele .